



Integrar:

1. Identificar el diferencial, conocer la variable de integración.
2. Identificar si se trata de una integral definida o indefinida.
3. Identificar que función esta presente en el integrando.
4. Si se trata de una integral definida calcular el dominio de dicha función y compararlo con el intervalo comprendido por los límites de integración.
5. Si parte del intervalo comprendido entre los límites de integración no pertenece al dominio de la función: separar en integrales impropias.
6. Verificar si se trata de alguna Integral de tabla o una forma parecida.
7. Si alguna constante esta multiplicando la función sacarla de la integral
8. La función presente en el integrando puede ser:
 - 8.1. Algebraica
 - 8.2. Trigonométrica
 - 8.3. Inversa
 - 8.4. Exponencial
 - 8.5. Logarítmica
 - 8.6. Una combinación de varias funciones
9. Si hay una combinación de varias funciones se procede mediante integración por partes
 - 9.1. Se escoge cual función es “u” en la prioridad ILATE y el resto es “dv”

$$\int u dv = uv - \int v du$$

- 9.2. El procedimiento se repite tantas veces sea necesario
 - 9.3. Si se trata de una integral cíclica: una vez encontrada la integral de partida construir la ecuación y despejar la integral.
10. Si el integrando es una función algebraica:
- 10.1. Polinomio: cada término es una integral, se recomienda desarrollar todos los productos y simplificar al máximo.

$$\int (ax^n + bx^m) dx = a \int x^n dx + b \int x^m dx$$

- 10.2. Se calcula la antiderivada del término algebraico de esta forma:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$



Universidad Simón Bolívar

- 10.3. De existir funciones compuestas tales como: potencias muy grandes o de estar presente raíces o simplemente polinomios a lo que no es posible desarrollar o simplificar, se recomienda hacer “u” sustitución.
- 10.3.1. “u” sustitución: cambiar la variable de integración, es decir: toda la integral debe quedar en términos de “u” tanto los límites de integración como el integrando y por supuesto el diferencial.
- 10.3.1.1. *Para que el cambio sea eficaz es necesario que la derivada de “u” este presente en el integrando.*
- 10.3.1.2. Hacer tantos cambios como sea necesario mientras que sea posible hasta conseguir polinomios sencillos o integrales de tabla.
- 10.3.1.3. Devolver el cambio de variable de tratarse de una integral indefinida.
- 10.3.2. Sustituciones para racionalizar: igualmente consiste en cambiar la variable de integración por lo que habrá que cambiar los límites, el integrando, y el diferencial.
- 10.3.2.1. Dependiendo del índice de de la raíz se cambia por “u” elevado a ese índice todo lo que este dentro de la raíz.
- 10.3.2.2. De aparecer alguna de las siguientes formas:

$$\sqrt{a^2 - u^2}$$

$$\sqrt{u^2 + a^2}$$

$$\sqrt{u^2 - a^2}$$

- 10.3.2.2.1. en el primer caso se recomienda hacer el cambio: $u = a \sin \theta$
- 10.3.2.2.2. en el segundo caso se recomienda hacer el cambio: $u = a \tan \theta$
- 10.3.2.2.3. en el tercer caso se recomienda hacer el cambio: $u = a \sec \theta$
- 10.3.2.2.3.1. Construir un triángulo rectángulo para averiguar el valor del ángulo. $\frac{P(x)}{Q(x)}$
- 10.4. De tratarse de una fracción de la forma $\frac{P(x)}{Q(x)}$
- 10.4.1. Si el grado de P(x) es mayor o igual al grado de Q(x) efectuar una división de polinomios para separar las integrales.
- 10.4.2. Si el grado de P(x) es menor al grado de Q(x) separar en fracciones simples para separar las integrales.
- 10.4.2.1. Factorizar el denominador y obtenemos factores de la forma:

$$(px + q)^m$$

$$\frac{A_1}{px + q} + \frac{A_2}{(px + q)^2} + \frac{A_3}{(px + q)^3} + K + \frac{A_m}{(px + q)^m}$$

$$(ax^2 + bx + c)^m$$

$$\frac{A_1x + B_1}{ax^2 + bx + c} + \frac{A_2x + B_2}{(ax^2 + bx + c)^2} + \frac{A_3x + B_3}{(ax^2 + bx + c)^3} + K + \frac{A_m + B_m}{(ax^2 + bx + c)^m}$$



Universidad Simón Bolívar

11. Si el integrando es una función trigonométrica:

11.1. Verificar si se trata de una integral de tabla

11.2. Si se presenta sólo la función seno o coseno de la forma:

$$\int \sin^m x dx$$

$$\int \cos^m x dx$$

11.2.1. Si “m” es impar:

11.2.1.1. Separar una potencia para conseguir una par, aplicar la identidad pitagórica para poder realizar el cambio de variable.

11.2.2. Si “m” es par:

11.2.2.1. Aplicar la identidad trigonométrica del ángulo medio para separar en integrales mas simples disminuyendo la potencia.

11.3. Si se presenta la forma:

$$\int \sin^n x \cos^m x dx$$

11.3.1. Si “m” o “n” es impar:

11.3.1.1. Separar una potencia impar para conseguir la par, aplicar la identidad pitagórica para poder realizar el cambio de variable.

11.3.2. Si tanto “m” como “n” son pares:

11.3.2.1. Aplicar la identidad trigonométrica del ángulo medio para separar en integrales mas simples disminuyendo la potencia.

11.4. Si se presenta la forma:

$$\int \sin(nx) \sin(mx) dx$$

$$\int \sin(nx) \cos(mx) dx$$

$$\int \cos(nx) \cos(mx) dx$$

11.4.1. Aplicar las identidades del seno y coseno de la suma y resta de ángulos.

12. Si el integrando es una función exponencial:

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$$

13. Si el integrando es una función logarítmica o Inversa:

13.1. Integración por partes donde $dx = dv$ y la función es u